

**Domácí úkol ze cvičení 12 ( k promyšlení):**

1. Vyšetřete existenci a hodnotu derivace funkce  $f(x)=|\ln x|$  a  $g(x)=|\ln^3 x|$  v bodě  $x=1$ .  
Dokážete výsledek zobecnit ?

2. Funkce  $f$  je definována :

$$f(x) = \frac{\ln(1+x^2)}{x}, \text{ pokud } x \neq 0 \text{ a } f(0) = 0.$$

Ukažte, že  $f$  je spojitá v  $R$  a dále zjistěte, pro která  $x \in R$  existuje derivace, případně jednostranné derivace  $f'_+(x)$  nebo  $f'_-(x)$ . Tyto derivace spočítejte.

3. Zkuste vyšetřit průběh aspoň jedné z funkcí (budeme cvičit 10.1.)

$$f(x) = \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^2; \quad f(x) = \frac{x^3}{x^2-1}; \quad f(x) = \frac{|2x-1|}{(x-1)^2}; \quad f(x) = x^2 e^{-x}; \quad f(x) = e^{\frac{1}{x}} - x; \quad f(x) = |x| e^{-|x-1|}$$
$$f(x) = x \ln x; \quad f(x) = \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{x}\right); \quad f(x) = \operatorname{arctg}\left(\frac{x-1}{x+1}\right).$$

Návod: Najděte její definiční obor, vyšetřete, zda funkce je lichá nebo sudá, najděte průsečíky s osami, pokud existují, intervaly, kde je funkce kladná, resp. záporná, vyšetřete spojitost funkce  $f$  a limity v krajních bodech .

Vypočítejte první derivaci, vyšetřete monotonii, lokální a globální extrémy funkce  $f$ .

Vypočítejte druhou derivaci. Najděte intervaly, na kterých je funkce konvexní, resp. konkávní.

Pokud má funkce  $f$  inflexní body, určete je.

Vyšetřete asymptoty grafu.

Načrtněte graf funkce  $f$ .

4. Zkuste vypočítat následující limity funkce, nebo ukažte, že funkce limitu a daném bodě nemají :

a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2+1}{x^2-1}\right)^{x^2}$ ;    b)  $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x^2} e^{\frac{1}{x}}$ ;    c)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} (n^2+1) \cdot (\log(n^2-4) - 2 \log n)$ .